35

35

NOTICE

SUR LES

TITRES SCIENTIFIQUES

DE

M. F. TISSERAND,

DIRECTEUR DE L'OBSERVATOIRE DE TOULOUSE, CORRESPONDANT DE L'INSTITUT.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

1878

NOTICE

SUR LES

TITRES SCIENTIFIQUES

DE

M. F. TISSERAND.

Exposition, d'après les principes de Jacobi, de la méthode suivie par M. Delaunay, dans sa théorie du Mouvement de translation de la Lune. — Extension de la méthode.

[Thèse soutenue le 15 juin 1868 devant la Faculté des Sciences de Paris.
(Journal de M. Liouville.)]

La théorie du mouvement de translation de la Lune a provoqué les recherches des plus grands géomètres et astronomes, Newton, Clairant, d'Alembert, Euler, Tobie Mayer, Laplace, Damoiseau, Plana, Lubbock, Hansen, etc. En 1846, M. Delaunay fit connaître une méthode, entièrement différente de celles employées jusque-là. Dans cette méthode, on suppose invariables les éléments du mouvement elliptique du Soleil; en ne considérant qu'un terme de la fonction perturbatrice, on intègre rigoureusement les six équations dont dépendent les éléments elliptiques de la Lune, et on ramène le problème à un autre semblable, dans lequel la fonction perturbatrice ne contient plus le terme considéré. Je suis arrivé à effectuer les intégrations, et à relier le premier problème au second, en partant de la

belle méthode proposée par Jacobi pour les problèmes de Dynamique, de cette méthode qui établit une corrélation intime entre les problèmes de Dynamique, et l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre.

L'équation aux dérivées partielles dont j'ai donné une intégrale complète est la suivante :

$$\frac{dV}{dt} = B + A \cos\left(\alpha \frac{dV}{dx} + \beta \frac{dV}{dy} + \gamma \frac{dV}{dz} + \lambda n' t + \varepsilon\right),$$

où x, y, z sont les variables indépendantes, n' le moyen mouvement du Soleil, A et B des fonctions données de x, y, z; $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \varepsilon$ sont des constantes.

Toutes les transformations employées par M. Delaunay se présentent d'une façon naturelle et élégante; il nous semble que c'est là un résultat important, car la Mécanique céleste serait beaucoup moins délaissée, si l'on arrivait à la présenter aussi élégamment et rigoureusement que la Mécanique analytique.

Dans la seconde partie de cette Thèse, j'ai étendu la méthode au cas de deux planètes, Jupiter et Saturne par exemple, cas entièrement différent du précédent, où l'on supposait invariables les éléments du Soleil. Au lieu de six inconnues, il y en a maintenant douze; quand on ne prend qu'un terme de la fonction perturbatrice, les douze équations dont dépendent les éléments de Jupiter et de Saturne peuvent s'intégrer rigoureusement. L'équation aux dérivées partielles qui donne la solution du problème est de la forme

$$\frac{dV}{dt} = B + A \cos\left(\alpha \frac{dV}{dx} + \beta \frac{dV}{dy} + \gamma \frac{dV}{dz} + \alpha' \frac{dV}{dx'} + \beta' \frac{dV}{dy'} + \gamma' \frac{dV}{dz'}\right),$$

où x, y, z, x', y', z' sont les variables indépendantes, B et A des fonctions données de ces variables, et $\alpha, \beta, \ldots, \gamma'$ des constantes. J'ai donné une intégrale complète de cette équation, et j'ai montré aisément comment on passe du problème proposé à un autre semblable, dans lequel la fonction perturbatrice ne contient plus le terme considéré.

On voit que ce que nous avons fait pour le problème des trois corps est tout à fait analogue à ce qu'on fait dans la recherche des inégalités séculaires des planètes, puisque là aussi on ne prend qu'une partie de la fonction perturbatrice, et l'on intègre rigoureusement les équations dont dépendent les éléments elliptiques.

Note sur l'interpolation.

(Présentée à l'Académie des Sciences le 10 mai 1869.)

Les méthodes de quadrature reviennent toutes à exprimer une intégrale telle que

$$\int_{-1}^{+1} f(x)\,dx$$

par la somme

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n} R_\mu f(\alpha_\mu),$$

dans laquelle $a_0, a_1, \ldots, a_n$ désignent n quantités comprises entre -1 et $+1$, et R_μ est une quantité indépendante de la fonction f. Ces méthodes se distinguent par le choix des quantités $a\mu$.

Jacobi, considérant l'intégrale

$$\int_{-1}^{+1} \frac{F(x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}},$$

a montré que, si l'on prend pour $a_0, a_1, \ldots, a_n$ les racines de l'équation

$$\cos[(n+1)\operatorname{arc}\cos x] = 0,$$

on a une précision double, à certains égards, de celle que donnerait un autre choix de $a_0, \ldots, a_n$. Ce choix est donc le meilleur dans le cas actuel. J'ai appliqué ce résultat à l'interpolation des séries périodiques d'une variable; on sait qu'un quelconque des coefficients s'exprime par une intégrale définie

$$\frac{2}{\pi}\int_0^\pi F(\zeta)\cos i\zeta\,d\zeta,$$

de telle sorte que l'interpolation la plus avantageuse sera donnée par la formule de quadrature la plus précise.

J'ai trouvé, en opérant comme Jacobi, le même résultat que donne l'interpolation, quand, bornant le développement de $F(\zeta)$, au terme $A_n \cos n\zeta$ on attribue à ζ les valeurs

$$\frac{\pi}{2n+1},\quad \frac{3\pi}{2n+1},\ldots\quad \frac{(2n+1)\pi}{2n+1},$$

et l'on résout les $n+1$ équations du premier degré ainsi obtenues par rapport aux coefficients $A_0, A_1, \ldots, A_n$.

Note sur un point du calcul des différences.

(Présentée à l'Académie des Sciences le 28 mars 1870.)

Les astronomes sont conduits souvent à exprimer les dérivées, ou les intégrales des divers ordres d'une fonction de x, à l'aide des différences de cette fonction. Il entre dans les formules certains coefficients numériques; j'ai cherché à comparer les coefficients qui figurent dans la dérivée $n^{ième}$ à ceux de l'intégrale $n^{ième}$, et je suis arrivé au résultat suivant: les premiers coefficients sont les coefficients des puissances de x dans les développements des fonctions

$$\left[\frac{\log(1+x)}{x}\right]^n,\quad \left(\frac{\arcsin x}{x}\right)^{2n},\quad \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\left(\frac{\arcsin x}{x}\right)^{2n+1};$$

les seconds s'obtiennent en développant les fonctions

$$\left[\frac{\log(1+x)}{x}\right]^{-n},\quad \left(\frac{\arcsin x}{x}\right)^{-2n},\quad \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\left(\frac{\arcsin x}{x}\right)^{-2n-1},$$

qui se déduisent bien simplement, comme on voit, des précédentes.

Note sur les surfaces orthogonales.

(Présentée à l'Académie des Sciences le 12 juin 1871.)

Dans cette Note, j'ai résolu le problème suivant:

Déterminer les fonctions les plus générales

$$X=f(x),\quad Y=\varphi(y),\quad Z=\psi(z),\quad U=F(x,y,z),$$

les trois premières restant constamment positives, de façon que le système de surfaces

$$\frac{X}{\rho-a}+\frac{Y}{\rho-b}+\frac{Z}{\rho-c}=U,$$
$$\frac{X}{\mu-a}+\frac{Y}{\mu-b}+\frac{Z}{\mu-c}=U,$$
$$\frac{X}{\nu-a}+\frac{Y}{\nu-b}+\frac{Z}{\nu-c}=U$$

soit un système orthogonal. Je suis arrivé à démontrer que l'on doit avoir

$$X = Ax^2, \quad Y = By^2, \quad Z = Cz^2,$$
$$U = (x^2 + y^2 + z^2 + \alpha)^2 + \beta(ax^2 + by^2 + cz^2) + \gamma,$$

résultat très-simple auquel il est assez difficile d'arriver à cause de la complication des équations qui lient les quatre fonctions inconnues X, Y, Z, U.

Note sur la recherche de la planète perdue Dike *par MM. Lœwy et Tisserand.*

(Présentée à l'Académie des Sciences le 19 février 1872.)

La planète Dike (99) a été trouvée à Marseille, le 28 mai 1868, par M. Borrelly, qui l'a observée durant quatorze jours; on ne l'a pas revue depuis. Nous nous sommes proposé de fixer les limites entre lesquelles il fallait la rechercher à l'opposition de 1871-1872. Nous partions d'un arc héliocentrique de 5 degrés environ, compris entre les positions extrêmes observées en 1868; depuis cette époque, la planète avait accompli plus des trois quarts de sa révolution. On voit combien l'indétermination devait être grande, et quelle influence les plus faibles erreurs des observations devaient exercer sur la position cherchée.

Avec les 11 observations dont nous disposions, nous avons formé trois lieux normaux; nous aurions pu, à l'aide de la méthode de Gauss, faire passer une orbite par ces trois positions; mais, en opérant ainsi, nous représentions exactement les erreurs des lieux normaux, et nous n'avions aucune indication sur l'influence que ces erreurs pouvaient exercer sur la position actuelle de la planète. Nous avons jugé plus convenable de nous appuyer sur un système d'éléments provisoires, calculé par M. de Gasparis, et de chercher à faire disparaître, par la variation des éléments elliptiques, les différences, observation moins calcul. En modifiant ces différences dans la limite des erreurs d'observation, nous aurions pu apprécier le degré d'incertitude des éléments; mais l'indétermination était trop grande, et cette méthode nous a servi seulement à nous fournir un système d'éléments bien plus précis que celui de M. de Gasparis. Alors nous avons eu recours à une autre méthode, connue des astronomes sous le nom de *méthode de variation des distances géocentriques*; elle nous a permis de calculer trois systèmes d'éléments elliptiques, et trois éphémérides correspondantes: la première et la

troisième de ces éphémérides donnaient les limites entre lesquelles il convenait de rechercher la planète; la seconde indiquait la position la plus probable.

Note sur les mouvements relatifs à la surface de la Terre.

(Présentée à l'Académie des Sciences le 24 juin 1872.)

Dans cette Note je considère le mouvement d'un corps solide pesant, mobile autour de son centre de gravité, à la surface de la Terre.

Je ne tiens pas compte de la force centrifuge, mais seulement de la force centrifuge composée.

J'emploie les équations d'Euler, et j'en déduis cette conséquence : « Si l'on consent à négliger le carré de la vitesse de rotation de la Terre, le mouvement du corps solide rapporté à un système d'axes rectangulaires, dont deux se déplacent dans le plan de l'équateur avec la vitesse du mouvement diurne, est le même que si la Terre ne tournait pas ». J'examine, en outre, rigoureusement ce que deviennent, en tenant compte du mouvement de la Terre, les intégrales fournies par le principe des aires et celui des forces vives.

Note sur le mouvement des planètes autour du Soleil, d'après la loi électrodynamique de Weber.

(Présentée à l'Académie des Sciences le 30 septembre 1872.)

Si l'on admet la loi de Weber, la force qui produit le mouvement d'une planète autour du Soleil, au lieu d'être en raison inverse du carré de la distance, a l'expression

$$F = \frac{fm\mu}{r^2}\left(1 - \frac{1}{h^2}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2}{h^2}r\frac{d^2r}{dt^2}\right),$$

dans laquelle h désigne la vitesse avec laquelle l'attraction se propage dans l'espace. On peut intégrer rigoureusement les équations du mouvement à l'aide des fonctions elliptiques; mais, au point de vue de l'Astronomie, cette intégration rigoureuse ne présente pas un grand intérêt. La question importante est de savoir si le mouvement de la planète, calculé en partant de la loi de Weber, différera du mouvement calculé en partant de la loi de Newton, et de combien il en différera. J'ai cru devoir considérer les deux derniers termes de la formule de Weber comme constituant une fonction perturba-

trice, et j'ai eu recours à la méthode de la variation des constantes arbitraires de Lagrange. Voici le résultat auquel je suis arrivé : si, dans la loi de Weber, on suppose que h ait la même valeur que dans les expériences relatives à l'électricité, les éléments elliptiques des planètes resteront les mêmes que dans la loi de Newton, sauf pour Mercure et Vénus ; les changements produits pour ces deux planètes ne porteront que sur la longitude du périhélie qui, au bout d'un siècle, devra être augmentée de 6 secondes pour Mercure, et de 1 seconde pour Vénus. Quant aux inégalités périodiques, elles sont entièrement négligeables dans les deux hypothèses.

Note sur la planète (116) Sirona.

(Présentée à l'Académie des Sciences le 18 novembre 1872.)

Cette planète a été découverte à Hamilton-College, le 8 septembre 1871 ; j'ai recueilli quatre-vingt-sept observations faites, depuis cette époque, jusqu'au 2 février 1872, tant en Europe qu'en Amérique, et je me suis proposé de discuter l'ensemble de ces observations, pour en déduire aussi exactement que possible la position de la planète pour l'opposition de 1872-1873. A l'aide de trois de ces observations convenablement choisies, j'ai calculé un système d'éléments, puis une éphéméride à laquelle j'ai comparé toutes les observations, afin d'obtenir les différences, observation moins calcul. J'ai pu, en regardant attentivement la marche de ces différences, les réunir en huit groupes, et former ainsi huit observations idéales bien plus précises que celles dont je disposais, et les remplaçant toutes. J'ai cherché ensuite à modifier les éléments elliptiques qui avaient servi à la construction de mon éphéméride, de manière à représenter aussi exactement que possible mes huit positions normales. J'ai obtenu ainsi seize équations de condition entre six inconnues ; je les ai résolues par la méthode de Cauchy, et je suis arrivé à représenter les huit observations idéales d'une façon très-satisfaisante. Partant du système d'éléments ainsi trouvés, et calculant par la méthode d'Encke les perturbations que la planète avait éprouvées de la part de Jupiter, j'ai fixé par une éphéméride sa position pour l'opposition de 1872-1873.

Le 23 décembre 1872, j'ai retrouvé Sirona dans la voie lactée, à 8 secondes de temps en ascension droite et 12 secondes d'arc en déclinaison de la position que j'avais calculée. M. Luther l'a également observée à Bilk, les 23 et 24 décembre.

Mémoire sur un point important de la théorie des perturbations planétaires.

(*Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse*, 1875; *Comptes rendus*, p. 442 et suiv.).

La première partie de ce travail se rapporte à l'importante question de l'invariabilité des grands axes des orbites planétaires. En 1773, Laplace avait montré qu'en ne tenant compte que des premières et secondes puissances des excentricités et des inclinaisons, et des premières puissances des masses, les grands axes des orbites planétaires n'ont pas d'inégalités séculaires; ce résultat, si important au point de vue de la stabilité de notre système planétaire, a été étendu en 1776, par Lagrange, à toutes les puissances des excentricités et des inclinaisons. En 1808, Poisson fit faire un pas de plus à la question; il arriva à démontrer l'invariabilité des grands axes, même en tenant compte des termes du second ordre relativement aux masses. La démonstration de Poisson comprend deux parties, la première très-simple, où l'on examine l'effet des variations des éléments de la planète troublée; la seconde est très-compliquée : c'est celle dans laquelle on tient compte des variations des éléments des planètes troublantes. La complication provient de ce que les fonctions perturbatrices ne sont pas les mêmes pour les diverses planètes.

A la suite du Mémoire de Poisson, Lagrange revint sur la question; il rapporta les planètes, non plus au centre du Soleil, mais au centre de gravité du système planétaire, et montra que, dans ce cas, la même fonction perturbatrice intervenait partout. Dès lors, la première partie de la démonstration de Poisson s'appliquait, et il était démontré d'une manière simple que les grands axes des orbites, décrites autour du centre de gravité considéré, étaient invariables, aux termes près de l'ordre du cube des masses. Lagrange crut pouvoir étendre cette propriété aux orbites décrites autour du Soleil; mais, dans cette transition, il commit quelques fautes de calcul signalées par M. Serret, dans la réimpression des *Œuvres de Lagrange*; ces fautes modifient complétement la conclusion de la démonstration.

J'ai remarqué qu'il suffisait de rapprocher le commencement du Mémoire de Lagrange de certains passages du célèbre Mémoire de Jacobi sur l'élimination des nœuds dans le problème des trois corps, pour donner une démonstration très-simple et très-satisfaisante du théorème de Poisson. Il

suffit, en effet, de rapporter la première planète au Soleil, la seconde au centre de gravité du Soleil et de la première, et ainsi de suite. Cette partie de mon travail a été utilisée par M. Haretu dans une thèse remarquable soutenue à la Sorbonne le 30 janvier 1878 ; en partant de mes formules, cet auteur est arrivé à ce beau résultat que l'invariabilité des grands axes n'a plus lieu quand on considère les termes qui sont de l'ordre du cube des masses. Dans la seconde partie de mon travail, je reviens à une question que j'avais traitée incomplètement dans ma Thèse pour le doctorat. Je veux parler de la méthode remarquable donnée par M. Delaunay relativement à la Théorie de la Lune ; j'étends cette méthode au cas des mouvements de Jupiter et Saturne, et je donne ainsi une méthode d'approximation rigoureuse pour le problème des trois corps.

Sur l'attraction des sphéroïdes elliptiques homogènes.

(*Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse*, 1875.)

La détermination de l'attraction exercée par un ellipsoïde homogène sur un point extérieur a provoqué les recherches des plus grands géomètres. Laplace, le premier, a donné la solution de ce problème en démontrant que les potentiels de deux ellipsoïdes homofocaux relatifs à un même point extérieur sont entre eux comme les masses de ces ellipsoïdes ; on ramène ainsi la recherche de l'attraction d'un ellipsoïde sur un point extérieur à celle de l'attraction d'un autre ellipsoïde sur un point de sa surface, question très-facile à résoudre. Le théorème en question a été démontré par Laplace, au moyen d'une analyse très-compliquée ; depuis, Ivory en a donné une solution très-simple. Avant ce travail d'Ivory, en 1792, Lagrange s'était proposé de donner une démonstration analytique simple du théorème de Laplace. Soient V le potentiel d'un ellipsoïde homogène sur un point extérieur situé à la distance ρ du centre ; $2a$, $2b$, $2c$ les axes de l'ellipsoïde ; on peut développer V en série comme il suit :

$$V = \frac{Q_1}{\rho} + \frac{Q_3}{\rho^3} + \frac{Q_5}{\rho^5} + \dots$$

et il faut prouver que cette expression est de la forme

$$V = abc\,\varphi(a^2 - b^2, a^2 - c^2).$$

Lagrange démontre que cela a lieu pour Q_3 et Q_5 ; sa démonstration est très-élégante ; il démontre encore la même chose pour Q_7, mais ici la dé-

monstration devient plus compliquée, et il semble difficile d'arriver plus loin en suivant la même marche.

Je suis cependant arrivé à démontrer que cela a lieu pour toutes les fonctions Q, quel que soit leur indice. Je prouve, en effet, que l'on a toujours

$$Q_n = abc\,F_n(a^2, b^2, c^2),$$

et que la fonction F_n vérifie l'équation aux dérivées partielles

$$\frac{dF_n}{d(a^2)} + \frac{dF_n}{d(b^2)} + \frac{dF_n}{d(c^2)} = 0;$$

d'où je conclus aisément

$$F_n = \varphi(a^2 - b^2, a^2 - c^2).$$

Sur l'étoile double p Ophiuchus.

(*Comptes rendus*, t. LXXXII, p. 442 et suiv.; *Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse*, 1876.)

L'étoile double *p* Ophiuchus est une des plus intéressantes que nous connaissions; ses deux composantes sont de 4ᵉ et de 6ᵉ grandeur; la durée de la révolution est de 95 ans, de telle sorte que depuis les premières observations qui en ont été faites par W. Herschel, en 1779, le satellite a accompli une révolution entière autour de l'étoile principale. La parallaxe annuelle du groupe étant connue, on a pu obtenir la somme des masses des deux étoiles; cette somme est environ égale à trois fois la masse du Soleil.

Un grand nombre d'orbites ont été calculées pour cette étoile double : je citerai particulièrement celle de M. Yvon Villarceau. On a rencontré dans ces calculs des difficultés sérieuses, provenant de ce que les distances angulaires des deux étoiles mesurées par divers astronomes, ne sont pas toujours comparables entre elles; ces mesures sont sujettes à des erreurs systématiques qui ont été rarement déterminées.

Je me suis proposé de déterminer les éléments de l'orbite (le grand axe excepté), à l'aide des seules observations faites sur l'angle de position, lesquelles ne sont pas soumises à la cause d'erreur qui affecte les distances. J'ai recueilli une série de deux cent treize observations, commençant à W. Herschel en 1779, et se terminant à O. Struve en 1874. J'ai discuté ces observations avec le plus grand soin, j'en ai déduit l'orbite la plus probable, en

m'efforçant surtout de fixer la précision avee laquelle ehaque élément est obtenu. Je suis arrivé, par exemple, à montrer qu'avec ees deux cent treize observations on ne peut déterminer aetuellement la longitude du nœud qu'à 1 degré près; la durée de la révolution peut être entachée d'une erreur de sept mois. J'ai prouvé qu'en poursuivant les observations jusqu'en 1885 on pourra obtenir une préeision einq fois plus grande. Enfin j'ai calculé, entre 1875 et 1887, une éphéméride dans laquelle figure une indéterminée, dont tous les éléments sont des fonctions connues; de telle sorte que deux ou trois mesures de l'angle de position, faites dans quelques années, permettront, par un ealcul très-simple, d'obtenir la meilleure orbite, sans qu'il soit nécessaire de discuter à nouveau les observations antérieures.

Mémoire sur les déplacements séculaires du plan de l'orbite du huitième satellite de Saturne.

(*Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse*, 1877; *Comptes rendus*, t. LXXXIII, p. 1201, ..., 1266, ...).

Des huit satellites de Saturne, les sept premiers se meuvent dans le plan de l'anneau, qui coïncide lui-même avec l'équateur de la planète; seul, le dernier satellite s'écarte très-sensiblement de ce plan; la cause de ce phénomène remarquable, pressentie d'abord par Jacques Cassini, a été mise en évidence par Laplace, dans le Chapitre XVI du Livre VIII de la *Mécanique céleste*. Ayant repris l'étude de cette belle question, je suis arrivé à des résultats intéressants et que je crois nouveaux.

Je trouve, en premier lieu, une relation très-simple entre les angles que fait à une époque quelconque l'orbite du satellite avec l'orbite de Saturne et le plan de l'anneau. Je pars ensuite de cette relation pour étudier la eourbe sphérique décrite par le pôle de l'orbite du satellite; je montre sans peine que cette courbe est une ellipse sphérique ; le plan fixe considéré par Laplaee se trouve avoir pour pôle le centre de l'ellipse.

Pour la mise en nombres des formules, je trouve des résultats très-différents de ceux de la *Mécanique céleste*.

En discutant une observation très-intéressante faite par Jacques Cassini en 1714, j'arrive à montrer que la masse du plus gros satellite de Saturne, Titan, n'est pas la $\frac{1}{11000}$ partie de la masse de la planète.

Enfin je discute les observations du satellite faites à Washington en 1874, et j'en déduis la position du plan de l'orbite à cette époque.

Recueil complémentaire d'Exercices sur le Calcul infinitésimal. Paris, 1877, Gauthier-Villars; in-8°.

Sur les mouvements des apsides des satellites de Saturne et sur la détermination de la masse de l'anneau.

(*Comptes rendus*, t. LXXXV, p. 695 et suiv.).

Bessel a cherché à déterminer la masse de l'anneau de Saturne, en la déduisant du mouvement direct qu'elle produit sur le périsaturne de Titan; il n'a pas fait intervenir l'action du renflement équatorial de Saturne, faute d'une connaissance suffisante de l'aplatissement de la planète; du reste, ajoutait-il, ce second effet est vraisemblablement plus faible que le premier. Cet aplatissement a été déterminé ultérieurement avec une grande précision par Bessel lui-même, et, en partant du résultat de ses observations, j'ai pu tenir compte de l'influence de l'aplatissement sur les mouvements des périsaturnes des satellites. J'ai trouvé que cette influence est considérable, certainement supérieure à celle de l'anneau; ainsi, pour cette seule cause, dans le cas de Mimas, le satellite le plus voisin de Saturne, la ligne des apsides tourne en une année de presque toute une circonférence. J'ai indiqué enfin comment les observations suivies de Titan et de Mimas conduisent à une connaissance exacte de la masse de l'anneau, et même à une détermination plus précise de l'aplatissement de Saturne.

Sur l'anneau de Saturne.

(*Comptes rendus*, t. LXXXV, p. 1131, ..., 1194, ...).

Dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences* pour 1787, Laplace a publié un travail important sur l'anneau de Saturne, et il est arrivé à la conclusion suivante :

« Quand même les observations ne nous auraient pas fait connaître la division de l'anneau de Saturne en plusieurs anneaux concentriques, la théorie de la pesanteur eût suffi pour nous en convaincre. »

Laplace arrive à ce résultat par la considération d'une inégalité qu'il montre devoir être impossible, si l'anneau était entièrement plein; il ne calcule pas l'un des membres de l'inégalité et se contente de quelques con-

sidérations générales pour prouver, *a priori*, que cette inégalité ne saurait être vérifiée.

Plana est revenu sur ce sujet dans le premier volume de la *Correspondance astronomique* du baron de Zach; en assimilant l'anneau à un cylindre homogène de très-petite hauteur, il a calculé les deux membres de l'inégalité considérée par Laplace et, faisant une hypothèse sur l'épaisseur de l'anneau, il a trouvé que l'inégalité se trouvait presque transformée en égalité; il en a déduit que la conclusion de Laplace sur la division de l'anneau lui paraissait peu fondée. J'ai repris le travail de Plana, en tenant compte des notions acquises depuis sur la masse et l'épaisseur de l'anneau de Saturne, et je suis arrivé à montrer que l'équilibre est bien réellement impossible, comme le pensait Laplace. J'ai été plus loin, en calculant quelle est la plus grande largeur que puisse présenter un anneau simple, à différentes distances de la planète, pour qu'il se maintienne en équilibre.

Travaux d'observation.

De 1866 à 1873, j'ai été attaché à l'Observatoire de Paris en qualité d'astronome adjoint; j'ai fait partie successivement du service méridien, du service géodésique, et de celui des équatoriaux.

En 1868, j'étais un des membres de l'expédition française envoyée sur la côte orientale de la presqu'île de Malacca, pour observer l'éclipse totale du soleil du 18 août 1868.

En 1873, dans les premiers mois de l'année, j'ai été chargé de la direction de l'Observatoire de Toulouse; en moins de cinq ans, grâce à la libéralité scientifique du Ministère de l'Instruction publique et de la ville de Toulouse, j'ai pu installer dans cet établissement trois instruments importants, savoir: 1° un excellent petit équatorial de quatre pouces; 2° un chercheur Eichens de sept pouces; 3° un grand télescope Foucault de 80 centimètres. — Un personnel composé de trois aides-astronomes a été formé et instruit. — Cinq petites planètes ont été découvertes par M. Perrotin; près de quatre cents observations des phénomènes, des satellites de Jupiter ont été obtenues; cent vingt observations des satellites de Saturne ont été faites avec notre grand télescope. Ce même instrument m'a servi à la révision de la nébuleuse d'Orion, où j'ai pu signaler dix-sept étoiles non encore marquées sur les cartes; j'ai reconnu dans cette nébuleuse la variabilité de certaines étoiles, pour lesquelles on ne l'avait pas indiquée.

Enfin j'ai institué des observations régulières des taches du Soleil, d'après la belle méthode de Carrington; mille trois cents positions héliographiques de taches ont été calculées.

J'ai été éloigné pendant une année de l'Observatoire de Toulouse, par le voyage que j'ai fait au Japon, pour concourir à l'observation du passage de Vénus, sous la direction de M. Janssen.

4347 Paris. — Imprimerie de Gauthier-Villars, quai des Augustins, 55.